

A DEDUKTÍV GONDOLKODÁS DIAGNOSZTIKUS VIZSGÁLATA AZ 5., 7. ÉS 9. ÉVFOLYAMON

A deduktív gondolkodás komplex készségrendszerre épül, melynek legfontosabb összetevői közé tartoznak a kétváltozós műveletek és a kétpremisszás következtetések. Ezek a készségek a kommunikációban sajátos nyelvi formák közvetítésével működnek. A deduktív gondolkodás szakirodalma mindkét struktúrátípus értelmezésével, fejlődésének problémáival régóta és részletesen foglalkozik, ám kevés ezekre vonatkozó nagymintás empirikus vizsgálatot említ. Kutatásunk célja a deduktív gondolkodás, azon belül a kétváltozós műveleti és kétpremisszás következtetési rendszer nagymintás diagnosztikus vizsgálata volt. Ennek érdekében a deduktív gondolkodás diagnosztikus értékelésére alkalmas eszközt dolgoztunk ki, melynek segítségével 5., 7. és 9. évfolyamos mintákon megvizsgáltuk, hogyan fejlődnek a deduktív gondolkodás komponensei és hogyan változik a deduktív gondolkodásban betöltött szerepük.

A deduktív gondolkodás vizsgálata

A klasszikus kétértékű logika rendszere alapján a deduktív gondolkodás alapkészségeinek két csoportját különböztethetjük meg: a kétváltozós műveleteket, valamint az ezek használatával felépíthető kétpremisszás következtetéseket, illetve az ezeknek megfelelő készségeket. A következtetési rendszeren belül érdekes külön kezelni a kijelentéslogikai és a predikátumlogikai következtetéseket.

A kétváltozós alapműveletek rendszere a deduktív gondolkodás kutatásában régóta központi szerepet tölt be (*Inhelder és Piaget, 1958; Wason és Johnson-Laird, 1972; Johnson-Laird, 1983; Newstead és Evans, 1995*). A kutatások első sorban a legfontosabb műveletek (negáció, konjunkció, diszjunkció, ekvivalencia, implikáció) értelmezésére és rendszerbe szerveződésére terjedtek ki. A műveletek közül mind a tárgyalás gyakorisága, mind az eredmények és azok értelmezésének sokfélesége alapján kiemelkedik az implikáció. A vizsgálatok szerint minden életkorban gondot okoz az implikáció műveletének a klasszikus logika szabályai szerinti értelmezése (*Braine, 1978; Johnson-Laird és Byrne, 1991; Müller, Overton és Reese, 2001*). Az implikáció művelete, illetve a gondolkodás

és a klasszikus logika implikáció-értelmezésének eltérései a matematikai logika kutatóit is foglalkoztatják. A XX. század elejétől váltak ismertté az implikáció értelmezésére vonatkozó új modellek, melyek alapja általában a klasszikus implikáció-értelmezés elvetése volt (*Ruzsa, 1984; Ruzsa és Máté, 1997*).

A kétpremisszás következtetések vizsgálata ugyancsak gyakori és sokféle megközelítésben feldolgozott téma, amit az is indokol, hogy a legfontosabb következtetési sémák (modus ponens, modus tollens, diszjunktív következtetés, tranzitív következtetés) a kommunikáció gyakori elemei. A gondolkodás kutatásában a következtetések vizsgálata azért is érdekes, mert a klasszikus logika következményfogalma, az érvényes következtetés szabályai hasonlóak az implikáció műveletének szabályaihoz. A következtetésekkel kapcsolatos kutatások esetében is alapkérdés, hogy a következtetési sémák a gondolkodásban a klasszikus logika szabályainak megfelelően működnek-e.

Jellegzetes vonulatot képeznek azok a kutatások, amelyek a feladatok struktúrájának, tartalmának és kontextusának a hatásait elemzik, többnyire esettanulmányok, kismintás vizsgálatok, sokkal ritkábban nagymintás mérések alapján (*Overton, Ward, Noveck, Black és O'Brien, 1987; Dieussaert, Schaeken és d'Ydewalle, 2002*). Találkozhatunk olyan vizsgálatokkal is, amelyek a deduktív következtetések működését a feladatok valószerűségével, relevanciájával vagy éppen a feladatmegoldó előzetes ismereteivel, meggyőződéseivel összefüggésben elemzik (*Overton, 1990; Evans és Feeney, 2004*). A kutatások mind a logikai szabályok, a logikai struktúrának megfelelő algoritmusok követésére, mind a tartalom- és kontextusfüggő, azokhoz igazodva generált algoritmusok alkalmazására szolgáltatnak bizonyítékokat (*Schaeken, De Vooght, Vandierendonck és d'Ydewalle, 2000*). Ennek nyomán a deduktív gondolkodás és azon belül különösen a következtetések működésének értelmezésében is megjelentek a kettős folyamat (*dual process*) modellek (*Gauffroy és Barrouillet, 2009; Ricco és Overton, 2011*).

A következtetéseken belül sajátos helyet foglalnak el azok a predikátumlogikai következtetések, amelyekben a kijelentések logikai kvantoroknak megfelelő, általánosító („minden”) vagy konkretizáló („van olyan”) nyelvi elemeket tartalmaznak. Ezek a „kvantoros” következtetések logikai szempontból kissé bonyolultabbak, de ennek ellenére a gyakori következtetési sémák közé tartoznak, sokszor előfordulnak a mindennapi kommunikációban is. Az általánosító és konkretizáló nyelvi elemeket tartalmazó kijelentések pontos megértését a NAT is előírja, például a „minden” és a „van olyan” kifejezések helyes értelmezése már az alsó tagozatos (matematika) követelmények között is szerepel.

A deduktív gondolkodás nemzetközi szakirodalma a predikátumlogikai következtetések témakörét többféle szempontból is tárgyalja (*Overton, 1990; Evans, 1996*), de a kvantoroknak megfelelő nyelvi elemek értelmezésére eddig

viszonylag kevés kutatás irányult. Az ezzel foglalkozó vizsgálatok általában kismintások, és jellemzően a közép- vagy felsőfokú oktatásban résztvevőket vizsgálják (Newstead és Coventry, 2000; Roberts, Newstead és Griggs, 2001). Ezen a területen nagymintás, több korcsoportot érintő vizsgálatot nem találtunk.

A klasszikus kétértékű logika műveleteinek és következtetéseiének rendszerét és fejlődését az 1980-as évektől több hazai kutatás is feltérképezte (Csapó, Csirikné és Vidákovich, 1987; Vidákovich, 1989, 1998/2002). A hazai vizsgálati eredmények is megerősítik az implikáció értelmezésével kapcsolatos problémákat, de sor került a deduktív gondolkodás és más képességek, illetve a háttértényezők közötti összefüggések vizsgálatára is (Vidákovich, 1998/2002). A két-premisszás kijelentés- és predikátumlogikai következtetések tapasztalati szintű használatának vizsgálatára a PREFER és a DIFER eszközrendszer is lehetőséget ad, az ezekben szereplő következtetés tesztel több országos mérésre is sor került (Nagy, 1980; Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2004), így a 4–8 évesek következtető gondolkodásának szerkezetéről, fejlettségéről sok empirikus adat ismeretes. A tapasztalati következtetés eredményeinek elemzése rámutatott arra is, hogy egyes következtetési sémák működése tartalom- és kontextusfüggő lehet, az ismerős tartalom, az azzal kapcsolatos meggyőződések vagy a feladat kontextusának érzelmi hatása befolyásolhatja a séma működését (Vidákovich, 2008).

A legegyszerűbb általánosító és konkretizáló következtetések tapasztalati szintű használatának felmérése először a PREFER rendszerben (Nagy, 1980) történt meg, később a logikai műveleti és következtetési rendszer más vizsgálati is érintették ezt a területet (Vidákovich, 1998/2002). Azonban kifejezetten a kvantoros következtetések értelmezésének diagnosztikus felmérésére még nem került sor. Ezért kutatásunk céljai között annak empirikus vizsgálata is szerepelt, hogy helyesen értelmezik-e az ezekre jellemző nyelvi szerkezeteket, illetve a velük alkotott következtetéseket az 5., 7. és 9. évfolyamos tanulók.

A továbbiakban áttekintjük a klasszikus kétértékű logika alapműveleti és következtetési rendszerének vizsgálatára alkalmas módszereket, de részletesebben csak az ismertető kutatások során alkalmazott eszközökről, azok felépítéséről, működéséről, illetve az értékelés módszereiről és problémáiról szólunk.

A deduktív komponensek mérésének módszerei

A hazai kutatási előzmények (Nagy, 1980; Vidákovich, 1998/2002; Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2004) alapján feltételeztük, hogy a deduktív gondolkodás diagnosztikus értékelésére a kétváltozós műveletek és a tapasztalati követ-

keztetés mellé újabb, korábban még nem vizsgált képességkomponensek bevonásával teljesebb és jó reliabilitású mérőeszköz állítható össze. A komponensek fejlődésére vonatkozó hipotézisünk az volt, hogy általában lassú, és eleinte a műveletek, később a következtetések fejlettsége válik meghatározóvá.

A deduktív gondolkodás diagnosztikus vizsgálatára két változóból álló, kiegészítő szerkezetű, a vizsgált komponenseket teljesen lefedő teszt párt állítottunk össze. Mindkét teszt három résztesztből állt, az I. részteszt a legfontosabb kétváltozós műveletek értelmezését, a II. részteszt a legegyszerűbb kétpremisszias kijelentés- és predikátumlogikai következtetések tapasztalati szintű használatát, míg a III. részteszt az általánosító és konkretizáló (a továbbiakban: kvantoros) következtetések értelmezését vizsgálta. Az I. és a III. résztesztben az értelmező szintnek megfelelő szelektálásos, míg a II. résztesztben a tapasztalati szint értékelésére alkalmas kiegészítéses feladatokat alkalmaztunk (Vidákovich, 2008).

Kétváltozós műveletek részteszt

A kétváltozós műveletek értelmező szintű működésének vizsgálatára a korábban az iskolaitudás-vizsgálatban (Csapó, 1998/2002) használt „Időjárás-előrejelzés” és „Mi lesz az uzsonna?” tesztekéből válogatott feladatokat használtuk. Az eredeti tesztek a kétváltozós műveleti rendszer valódi kétváltozós műveleteinek teljes lefedésével készültek, a két tesztváltozatban a vizsgált műveletek köre és a feladatok sorrendje is megegyezett, csak a feladatok tartalma tért el (Vidákovich, 1998/2002). Az új diagnosztikus tesztekbe a tíz művelet közül csak öt került be, ezeket egyrészt az előfordulásuk gyakorisága, másrészt a kétváltozós műveletek rendszerében betöltött szerepük alapján választottuk ki. Az öt műveletet és azok egy-egy jellemző nyelvi formáját az 1. táblázat szemlélteti.

1. táblázat. A deduktív tesztekben szereplő kétváltozós műveletek szerkezete

Művelet	Nyelvi forma
Konjunkció	„p és q”
Kizáró diszjunkció	„vagy p, vagy q”
Diszjunkció	„p vagy q, de lehet, hogy mindkettő”
Ekvivalencia	„akkor és csak akkor p, ha q”
Implikáció	„ha p, akkor q”

A kétváltozós alpműveletek tesztjeiben a műveletek igazságtáblázatának megfelelő szerkezetű és így a helyes megoldás mellett a téves megoldások azonosítására is alkalmas feladatokat használtunk. Példaképpen az 1. ábrán bemu-

tatjuk az ekvivalencia („akkor és csak akkor..., ha...”) műveletének vizsgálatára készített egyik feladatot.

Tamás kijelentése: CSAK AKKOR FOG ESNI AZ ESŐ, HA FÚJNI FOG A SZÉL, DE AKKOR FELTÉTLENÜL.

Értelmezd Tamás kijelentését! Az alábbi lehetőségek közül karikázd be azoknak a betűjelét, amelyek esetén Tamás kijelentése igaz, és húzd át azokét, amelyek esetén Tamás kijelentése hamis!

- Lehetőségek:**
- A) Esik az eső. Fúj a szél.
 - B) Esik az eső. Nem fúj a szél.
 - C) Nem esik az eső. Fúj a szél.
 - D) Nem esik az eső. Nem fúj a szél.

A helyes megoldás: Az összetett állítás igaz az A) és a D) lehetőség bekövetkezésekor, hamis a másik két esetben.

1. ábra

Az ekvivalencia műveletének értelmező szintű vizsgálatára használt egyik feladat

A feladatok teljesítményeinek értékelését analitikus módszer szerint végeztük (Vidákovich, 1998/2002). A feladaton belüli részteljesítményeket, azaz a feladatok igazságtáblázatának megfelelő négy döntést egymástól függetlenül értékeltük, így bármelyikre 1 vagy 0 pont volt adható aszerint, hogy az adott döntés helyes volt-e vagy hibás. A feladat pontszáma ezzel a módszerrel 0–4 lehetett.

A kétváltozós műveletek értékelésére készült két részteszt teljesen azonos szerkezetű volt, ugyanazokra a műveletekre ugyanolyan típusú feladatokat tartalmazott. A feladatokban semleges (tantárgyaktól független, a mindennapi életből vett) tartalmakat alkalmaztunk, ezek a korábbi vizsgálatokban (Vidákovich, 1998, 2002) több életkori csoportban is megfelelően működtek. A korábbi eredmények szerint semleges tartalmak esetén az alapműveletek fejlettségének szintje és a jellegzetes megoldási stratégiák egyaránt tartalomfüggetlennek tekinthetők, ami – legalábbis a deduktív gondolkodás e területén – a struktúrák kialakulását és transzferálhatóságát támasztja alá.

Tapasztalati következtetés részteszt

A tapasztalati következtetés vizsgálatára a DIFER (Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2004) céljaira kidolgozott tesztpárt alkalmaztuk. A tesztek a kijelentés- és predikátumlogika legegyszerűbb kétpremisszás következtetési típusainak tapasztalati szintű használatát vizsgálják (Vidákovich, 2004, 2008). A jelenlegi kutatásban az eredeti feladatsorokat kismértékben átcsoportosítva és kibővítve használtuk fel. A tesztekben előforduló következtetési sémákat a

2. táblázat foglalja össze. A táblázatban a következtetési sémáknak a klasszikus logikában szokásos elnevezése alatt megadtuk a DIFER-ben használt megnevezéseket is, a továbbiakban ezeket a rövid neveket használjuk.

2. táblázat. A deduktív tesztekben szereplő tapasztalati következtetések szerkezete

Logika	Séma	Nyelvi forma
Kijelentéslogika	modus ponens „lépés”	„Ha p, akkor q. Most p, tehát q.”
	modus tollens „visszalépés”	„Ha p, akkor q. Most nem q, tehát nem p.”
	diszjunktív séma „választás”	„Vagy p, vagy q. Most nem p, tehát q.”, vagy: „Vagy p, vagy q. Most nem q, tehát p.”
	transzitiv séma „lánc”	„Ha p, akkor q, és ha q, akkor r. Tehát ha p, akkor r.”
Predikátumlogika	modus ponens „lépés”	„A P-k Q-k. Az x P, tehát Q.”
	modus tollens „visszalépés”	„A P-k Q-k. Az x nem Q, tehát nem P.”

A tapasztalati következtetés tesztekből példaképpen az egyik, a kijelentéslogikai modus ponens, azaz „lépés” típusú következtetés vizsgálatára készített feladatot mutatjuk be, mely nemcsak a DIFER-ben, hanem annak előző változatában, a PREFER-ben (Nagy, 1980) is szerepelt (2. ábra). A következtetési feladatok eredetileg egyéni, szóbeli vizsgálat céljaira készültek, azonban diagnosztikus mérésünkben írásbeli tesztek használtunk, melyekben ezek a feladatok nyitott, szöveges választ igénylő formában szerepeltek.

Utasítás: Az alábbi kijelentést egy iskolai tanuló mondta, azonban nem fejezte be. Találd ki és írd a pontokra a legmegfelelőbb befejezést!

HA A VÍZ NEM FORRÓ, AKKOR NEM SÜTI MEG A KEZEMET. MOST A VÍZ NEM FORRÓ, TEHÁT... *(nem süti meg a kezemet).*

A helyes megoldás: A zárójelben szereplő szavak vagy más, azokat tartalmazó, azonos jelentésű válasz.

2. ábra

A kijelentéslogikai „lépés” tapasztalati szintű vizsgálatára használt egyik feladat (Nagy, 1980)

A feladatok értékelése 1 vagy 0 ponttal történt, attól függően, hogy a kiegészítés logikailag helyes jelentésben tartalmazta-e a zárójelben megadott szavakat. Ha igen, akkor a pont megadható volt, még akkor is, ha a kiegészítésben más, nem szükséges szavak is szerepeltek. A megoldások értékelése során csak a logikailag releváns kiegészítéseket fogadtuk el, tehát csak azokat, amelyek a premisszák tényleges felhasználására épültek. A nem releváns, azaz a premisszákat

nem használó kiegészítéseket nem fogadtuk el akkor sem, ha azok egyébként igaz állítások voltak.

A „lépés” és a „visszalépés” következtetési típusokhoz négy, a „lánc” következtetési típushoz nyolc, a „választás” következtetési típushoz tizenhat eset tartozik aszerint, hogy a premisszában szereplő kijelentések között melyik állító, melyik tagadó, illetve a „választás” esetén az első vagy a második kijelentés tagadására épül-e a következtetés. A két tesztben a „lépés”, a „visszalépés” és a „lánc” minden esete szerepelt, a „választás” típusból viszont csak a második kijelentésre épülő következtetéseket szerepeltettük. A következtetési típusokat a két teszt azonos módon fedte le, de mivel a két tesztben szereplő feladatok nem voltak azonos szerkezetűek, ezért a két tesztváltozat kiegészítő rendszerű (Vidákovich, 2008).

Kvantoros következtetés részteszt

A kvantoros következtetés vizsgálatára kidolgozott részteszteket ebben a kutatásban használtuk először. Ezekben belül a feladatok egyik része általánosító, másik része konkretizáló következtetéseket vizsgált. Az általánosító következtetésekben általános, a konkretizáló következtetésekben konkrét premissza alapján, adott lehetőségek közül kellett kiválasztani a helyes konklúzió(ka)t, melyek lehettek univerzális vagy egzisztenciális kijelentések is. A kvantoros következtetési feladatok típusait és az azokat megjelenítő nyelvi szerkezeteket a 3. táblázat mutatja.

3. táblázat. A deduktív tesztekben szereplő kvantoros következtetések szerkezete

Sémaelem	Típus	Nyelvi forma
Premissza	általánosító	„A P-k Q-k.” „A P-k nem Q-k.” „A nem P-k Q-k.” „A nem P-k nem Q-k.”
	konkretizáló	„Az x P és Q.” „Az x P, de nem Q.” „Az x nem P, de Q.” „Az x nem P és nem Q.”
Konklúzió	univerzális	„Tehát minden P Q.” „Tehát egyetlen P sem Q.”
	egzisztenciális	„Tehát van olyan P, ami Q.” „Tehát van olyan P, ami nem Q.” „Tehát nincs olyan P, ami Q.” „Tehát nincs olyan P, ami nem Q.”

Példaként idézzük az egyik típusú általánosító következtetés („A P-k nem Q-k.”) vizsgálatára készült feladatot (3. ábra). A konklúzióváltozatok megfogalmazása és sorrendje minden feladatban ugyanaz volt, az állító és a tagadó univerzális kvantoros konklúzió között soroltuk fel az egzisztenciális kvantoros konklúziókat.

Utasítás: Mire következtethetünk a nagybetűs kijelentés alapján? Az utána felsorolt következtetések közül karikázd be azoknak a betűjelét, amelyek valóban következnek a nagybetűs kijelentésből, és húzd át azokét, amelyek nem következnek a nagybetűs kijelentésből!

A VIRÁGOK NEM TÉLEN NYÍLNAK.

Következtetések: A) Tehát minden virág télen nyílik.
B) Tehát van olyan virág, amelyik télen nyílik.
C) Tehát van olyan virág, amelyik nem télen nyílik.
D) Tehát nincs olyan virág, amelyik télen nyílik.
E) Tehát nincs olyan virág, amelyik nem télen nyílik.
F) Tehát egyetlen virág sem télen nyílik.

A helyes megoldás: A nagybetűs kijelentésből következnek a C), a D) és az F) következtetés.

3. ábra

Az egyik általánosító következtetési típus értelmező szintű vizsgálatára használt feladat

A megoldások pontozása itt is az alternatív módszer szerint történt, a feladatokban szereplő hat konklúzióváltozat mindegyikét külön-külön pontoztuk. Ha a konklúzióváltozattal kapcsolatos döntés helyes volt, akkor 1, ha nem volt helyes, akkor 0 pontot adtunk. Így minden feladat pontszáma összességében 0–6 lehetett. Ezekben a feladatokban is csak a logikailag releváns konklúzióváltozatokat fogadtuk el helyesnek, a nem releváns, de egyébként tartalmilag igaz konklúzióváltozatokat nem.

A két tesztváltozat a premisszatípusokat kiegészítő rendszerben fedte le, azaz a két változatban nem ugyanazok a típusok szerepeltek. A konklúziótípusok lefedése viszont mindkét változatban, sőt minden feladatban teljes volt, mivel minden premisszatípushoz ugyanazokat a konklúziótípusokat rendeltük. Ennek alapján a kvantoros következtetés két résztesztje kiegészítő rendszerű diagnosztikus lefedést valósított meg.

A vizsgált minták

A deduktív gondolkodás diagnosztikus vizsgálatára a Sulinova Kht. által szervezett kompetenciafejlesztő programban, a matematikai kompetenciaterület (Vidákovich, 2005) mérései között került sor. A mérésben 5., 7. és 9. évfolyamosok vettek részt, a részminták elemszáma 2111, 500 és 2510 volt. A résztve-

vők önként jelentkező iskolák (mintegy 90 intézmény) tanulói voltak, a minták reprezentatív kialakítása nem volt cél. A nagy elemszámok azonban lehetővé teszik, hogy az eredményeket, legalábbis az 5. és a 7. évfolyam (az általános iskolák) esetében, informatívnak tekintsük. A 9. évfolyamos, középiskolai mintában a gimnáziumok, szakközépiskolák és szakiskolák aránya nem tükrözte a valós helyzetet, a kompetenciafejlesztő program szándékainak megfelelően a szakképző intézmények enyhe felülreprezentáltsága volt jellemző.

A tesztanalízis során a két tesztváltozat mintáját ekvivalensként kezeljük. Az ekvivalencia a nagy elemszámok és a két tesztváltozat véletlen kiosztása alapján eleve feltételezhető, de a kétváltozós műveletek résztesztek ekvivalenciája alapján igazolható is. Ezek a résztesztek korábbi kutatásokban már bemért feladatokat tartalmaztak, semleges tartalmakkal, és a korábbi eredmények alapján ekvivalensnek tekinthetők, tehát a két rész minta összehasonlításához közös tesztként használhatók.

A két rész minta ekvivalenciája lehetőséget ad arra, hogy az egyes résztesztek, illetve azokon belül az egyes feladattípusok eredményeit a teljes minta alapján számoljuk ki (ugyanaz az egyes feladatokra már nem lehetséges). A rész minták ekvivalenciája alapján a résztesztekre és a mindkét tesztben hasonló módon lefedett feladattípusokra vonatkozó elemzésekben a két tesztváltozat eredményeit összevontan szerepeltetjük.

A deduktív gondolkodás résztesztek általában jó vagy közepes, a tapasztalati következtetés esetében gyengébb reliabilitással működtek, a Cronbach- α értéke minden rész mintában 0,7 felett volt. Az évfolyamonkénti reliabilitásmutatókat a 4. táblázat tartalmazza.

4. táblázat. A deduktív gondolkodás diagnosztikus vizsgálatában alkalmazott résztesztek reliabilitása (Cronbach- α)

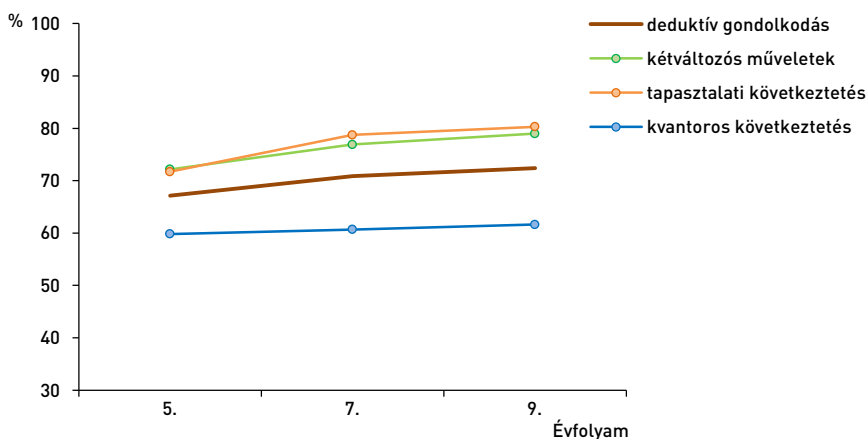
Részteszt	5. évfolyam n=2111	7. évfolyam n=500	9. évfolyam n=2510
Kétváltozós műveletek	0,81	0,83	0,83
Tapasztalati következtetés	0,76	0,74	0,72
Kvantoros következtetés	0,83	0,81	0,83
Deduktív gondolkodás	0,86	0,84	0,84

A tapasztalati következtetés résztesztnek a másik két részteszthez képest alacsonyabb reliabilitása a lényegesen jobb teljesítményekkel és a lényegesen kisebb szórásokkal magyarázható. Ez a részteszt eredeti formájában (Nagy,

1980; Vidákovich, 2004) a 4–8 évesek vizsgálatára készült, az általános iskola felső tagozatától már nem mér jól (Vidákovich, 2008).

A deduktív gondolkodás fejlődése

A deduktív gondolkodás teszt és a három részteszt átlagteljesítményeinek évfolyamonkénti alakulása a 4. ábrán látható. Az eredmények szerint az évfolyamok között a deduktív gondolkodás teszt egészén, valamint az I. (kétváltozós műveletek) és a II. (tapasztalati következtetés) részteszten vannak szignifikáns változások. Az 5. és a 7. évfolyam között nagyobb, erősen szignifikáns ($p < 0,001$) különbségeket találtunk, mértékük megfelel a korábbi vizsgálatoknak. A 7. és a 9. évfolyam között kisebbek az eltérések, a különbség csak a kétváltozós műveletek részteszt esetében szignifikáns ($p < 0,05$). A III. (kvantoros következtetés) részteszten jóval kisebb változást tapasztaltunk, itt az évfolyamok közötti különbségek nem szignifikánsak, fejlődésről nem beszélhetünk.



4. ábra

A deduktív gondolkodás teszt és résztesztjeinek eredményei

A korábbi vizsgálati eredményeket megerősítve megállapítható, hogy a kétváltozós műveleti és a kétpremisszás következtetési rendszer fejlődése az 5. és a 9. évfolyam között szignifikáns, de pedagógiai szempontból nem jelentős. A korábbi kutatásokban nem vizsgált kvantoros következtetések teljesítménye az 5. és a 9. évfolyam között alig változik, ezeknek a fejlődése esetleg a későbbi periódusokban gyorsulhat fel.

A kétváltozós alpműveletek fejlődése

Az alpműveleti rendszer vizsgálata során a célunk az volt, hogy feltárjuk az 5., 7. és 9. évfolyamos tanulók kétváltozós alpműveleteinek fejlettségét és a fejlődés legjellemzőbb tendenciáit. Feltételeztük, hogy a logikai műveleti képességek fejlettségében szignifikáns különbségek mutathatók ki az egyes évfolyamok között, és ezek a különbségek nemcsak az átlagteljesítmények növekedésében, hanem a szórások csökkenésében is jelentkeznek.

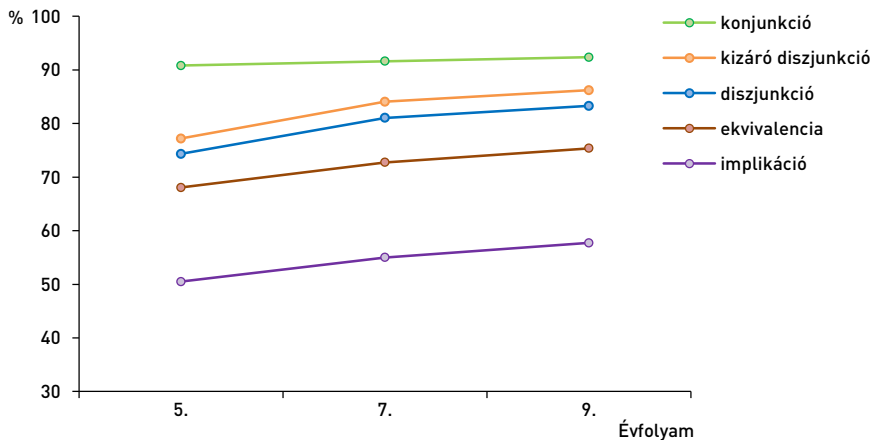
A részteszt átlageredménye az 5. évfolyamon 72%, a 7. évfolyamon 77%, a 9. évfolyamon 79%, a hozzájuk tartozó szórások 17%, 18% és 16%. A középértékek közötti különbségek szignifikánsak, a fejlődés tendenciája szerint az ötödik és a hetedik évfolyam között a tanulók alpműveleti képességei nagyobb, a hetedik és a kilencedik évfolyam között kisebb mértékben fejlődnek. A szórások közötti különbségek kicsik, és bár a nagy elemszám miatt ezek a különbségek is szignifikánsak (legalább $p < 0,05$ szinten), a várakozásnak megfelelő csökkenő tendencia nem igazolható, az átlagos fejlődés nem párosul homogenizálódással. Ezek az eredmények hasonlóak a korábbi kutatásokban (Vidákovich, 1998/2002) kapottakhoz.

Hasonló tendenciák mutathatók ki az egyes feladattípusok eredményeinek alakulásában is, de feladatonkénti (azaz műveletenkénti) nagy eltérésekkel (5. ábra). A logikai alpműveletek fejlődése az 5. és a 7. osztály között általában szignifikáns, azonban az ezt követő periódusban lassul, ugyanakkor a tanulók közötti (a szórások által mutatott) különbségek alig változnak. Azon tanulók aránya, akik a feladatokra hibátlan megoldást adnak, az 5. és a 7. évfolyam között nagyobb, a 7. és a 9. évfolyam között kisebb mértékben növekszik ugyan, de jelentős marad a gyenge teljesítményűek aránya is.

Az eredmények feladatonkénti vizsgálata kimutatta, hogy a legfejlettebb művelet mindhárom életkori csoportban a konjunkció. Az eredmények mindhárom évfolyamon 90% felett vannak. Ebben a feladatban nemcsak az átlagteljesítmény, hanem a hibátlan megoldások aránya is magas. Ezt követi a kizáró diszjunkció és a diszjunkció, melyek eredményei az 5. évfolyamon 70–80% közöttiek, a 7. és a 9. évfolyamon már 80% fölé emelkednek. Ezekben a műveletekben a szignifikáns növekedés az 5. és a 7. évfolyam között megy végbe, később a fejlődés lassul, tehát ugyanazokat a fejlődési tendenciákat találjuk, mint a kétváltozós műveleti részteszt egésze esetében.

A legproblematisabb műveleteknek az ekvivalencia és az implikáció bizonyultak. Az ekvivalencia feladatában mindhárom évfolyam átlagteljesítményei 65–75% között vannak, a fejlődés az 5. és a 7. évfolyam között jelentősebb. Az implikáció feladatának eredményei lényegesen gyengébbek, ez összhangban van

a korábbi vizsgálatok tapasztalataival (Vidákovich, 1998/2002). A feladat átlagteljesítményei mindhárom évfolyamon több mint 15 %-tal alacsonyabbak, az évfolyamok közötti változás az ekvivalenciáéhoz hasonló tendenciákat mutat.



5. ábra

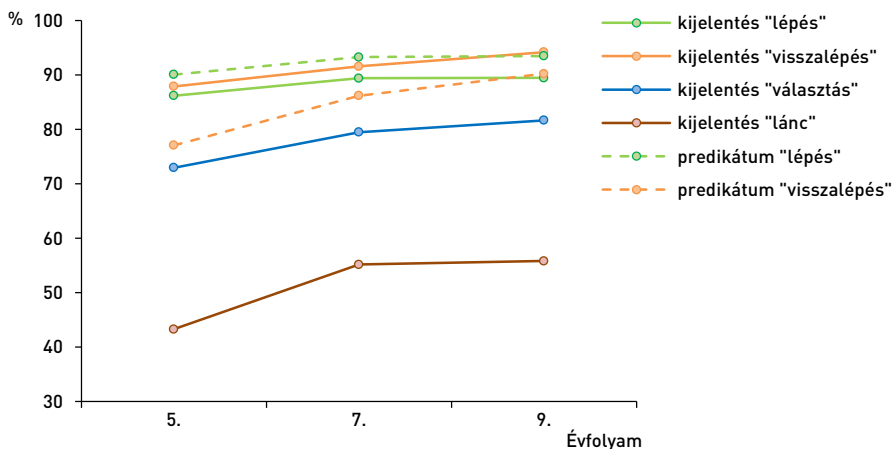
A kétváltozós műveletek részteszt feladattípusainak eredményei

A tapasztalati következtetés fejlődése

A tapasztalati következtetés fejlődéséről a korábbi kutatásoknak (Nagy, 1980; Nagy, Józsa, Vidákovich és Fazekasné, 2004) köszönhetően sok eredménnyel rendelkezünk. A korábbi mérések azt mutatták, hogy a tapasztalati következtetés fejlődése az óvoda-iskola átmenet időszakában intenzívebb, az alsó tagozaton lényegesen lassul, a felső tagozaton pedig csekély, inkább stagnálás jellemző (Vidákovich, 2008). Ezek alapján diagnosztikus vizsgálatunkban is azt feltételeztük, hogy a tapasztalati következtetés részteszt átlagteljesítményei az 5. és a 9. évfolyam között alig növekednek, legfeljebb a szórások csökkenése mutatja a fejlődést.

Eredményeink szerint a tapasztalati következtetés részteszt átlagteljesítménye az 5. évfolyamon 72%, a 7. évfolyamon 79%, a 9. évfolyamon 80% volt, a szórások pedig 19%, 17% és 16%. Ezek alapján a tapasztalati következtetés fejlődése az 5. és a 7. évfolyam között jelentősebb ($p < 0,001$), a 7. és 9. évfolyam közötti eltérés viszont nem szignifikáns. A szórások csökkenése számszerűen kissémértékű, de a nagy elemszámok miatt minden évfolyam esetében szignifikáns (legalább $p < 0,05$ szinten). Ennél a résztesztnél az átlagteljesítmény növekedése mellett a szórásnövekedés, azaz a homogenizálódás is megállapítható.

A részteszt ötféle következtetési típus, a kijelentéslogikai „lépés”, „visszalépés”, „választás”, „lánc”, valamint a predikátumlogikai „lépés” és „visszalépés” feladatait tartalmazta, az átlageredmények évfolyamonkénti alakulását a 6. ábrán tanulmányozhatjuk.



6. ábra

A tapasztalati következtetés részteszt feladattípusainak eredményei

A kijelentéslogikai „lépés”, „visszalépés” és a predikátumlogikai „lépés” eredményei mindhárom vizsgált évfolyamon 80% feletti, sőt a 7. és a 9. évfolyamon már a 90% feletti értékek vannak többségben. A predikátumlogikai „visszalépés” átlaga csak az 5. évfolyamon 80% alatti, a másik két mintán az előzőekhez hasonló. Alacsonyabb átlagértékeket a kijelentéslogikai „választás” és elsősorban a „lánc” esetében kaptunk. Az utóbbi teljesítményei (a három évfolyamon 43%, 55%, 56%) feltűnően elmaradnak a többi következtetési típusaitól, viszont az 5. és a 7. évfolyam között ez a következtetési típus mutatja a legnagyobb mértékű fejlődést.

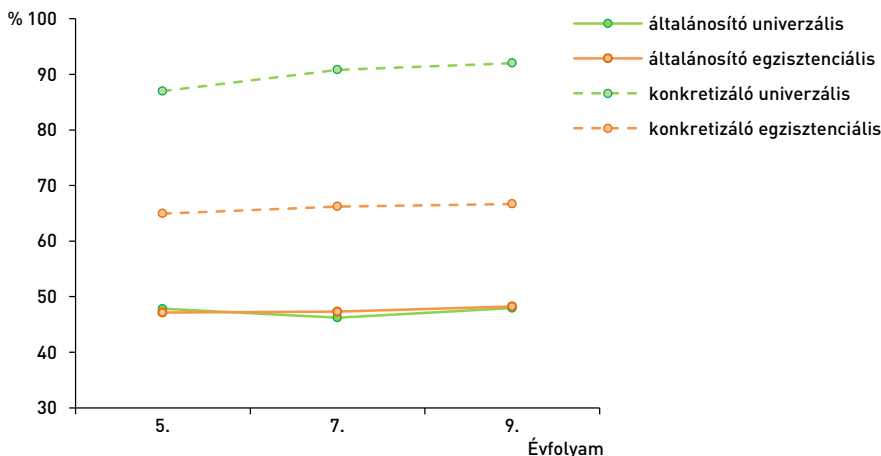
Az eredmények összhangban vannak a korábbi vizsgálatok eredményeivel (Vidákovich, 2004, 2008). Ugyanakkor ismét hangsúlyoznunk kell, hogy a 9. évfolyam eredményei a tapasztalati következtetés részteszt gyengébb reliabilitása miatt nem kellően megbízhatóak.

A kvantoros következtetés fejlődése

A kvantoros következtetések fejlődéséről, különösen az iskoláskorúak köréből viszonylag kevés kutatási eredmény ismert, így ezeknek a következtetéseknek az eredményei és a deduktív gondolkodás rendszerében elfoglalt helyük kü-

lönösen érdekes. Vizsgálatunkban a kvantoros következtetés részteszten az évfolyamok eredményei alig térnek el egymástól, az 5. évfolyam átlagteljesítménye 60%, a 7. évfolyamé 61%, a 9. évfolyamé 62%, a kapcsolódó szórások 21%, 19% és 20%. A szomszédos évfolyamok teljesítményeinek különbsége nem szignifikáns, és bár a szórásoké igen (legalább $p < 0,05$ szinten), de a változás nem mutat határozott tendenciát.

Az évfolyamok közötti különbségek az egyes feladattípusok esetében is hasonlóan alakultak, azonban a feladattípusok teljesítményei között igen jelentős eltéréseket találtunk (7. ábra). Mindhárom évfolyamon szignifikánsan jobban sikerült (87–92%, illetve 65–67% közötti átlagokkal) azoknak a következtetéseknek az értelmezése, amelyek premisszája konkretizáló kijelentés volt, és lényegesen gyengébben (46–48% közötti átlagokkal) azoké, amelyek premisszája általánosító típusú volt.



7. ábra

A kvantoros következtetés részteszt feladattípusainak eredményei

Az eredményeket a feladatokban szereplő konklúziótípusok szerint is megvizsgáltuk. A konkretizáló premisszás feladatokban (pl. „Rozi szorgalmas kislány.”) könnyebbnek bizonyultak azok az elemek, amelyekben univerzális konklúzióról kellett dönteni („Tehát minden kislány szorgalmas.”: az 5. évfolyamon 87%, a 9. évfolyamon 94%), mint azok, amelyekben egzisztenciális konklúziót kellett megítélni („Tehát van olyan kislány, aki szorgalmas.”: az 5. évfolyamon 72%, a 9. évfolyamon 80%).

A konkretizáló premisszás feladatokban a logikailag nem érvényes, de tartalmilag igaz konklúzióváltozat esetében az átlagosnál sokkal gyengébb ered-

ményeket kaptunk („Tehát van olyan kislány, aki nem szorgalmas.”: az 5. évfolyamon 36%, a 9. évfolyamon 26%). Ez azt jelenti, hogy a logikailag nem érvényes, de egyébként igaz állítást sokan érvényes konklúziónak vélték. Ezzel szemben az általánosító premisszás feladatokban éppen a logikailag érvényes konklúzióváltozatok megítélése sikerült valamivel gyengébben, és a jobb eredményeket a logikailag nem érvényes konklúzióváltozatoknál kaptuk.

A deduktív komponensek összefüggései

A teljes teszt és a három részteszt, azaz a deduktív gondolkodás és a képességkomponensek közötti összefüggéseket korrelációs együtthatók segítségével vizsgáltuk. A középső évfolyamon számított korrelációs együtthatók értéke általában a két szélső évfolyam értékei között van, ezért csak az ötödik és a kilencedik évfolyam együtthatóit mutatjuk be (5. táblázat).

5. táblázat. A deduktív gondolkodás és komponenseinek korrelációs együtthatói az 5. (felső háromszög) és a 9. (alsó háromszög) évfolyamon

	<i>Kétváltozós műveletek</i>	<i>Tapasztalati következtetés</i>	<i>Kvantoros következtetés</i>	<i>Deduktív gondolkodás</i>
<i>Kétváltozós műveletek</i>	–	0,366	0,209	0,695
<i>Tapasztalati következtetés</i>	0,312	–	0,154	0,629
<i>Kvantoros következtetés</i>	0,111	0,076	–	0,759
<i>Deduktív gondolkodás</i>	0,644	0,553	0,753	–

Megjegyzés: minden együttható $p < 0,01$ szinten szignifikáns

A deduktív gondolkodás teszttel erősebben korrelál a kvantoros következtetés, gyengébben a kétváltozós műveletek és a tapasztalati következtetés részteszt, a korrelációs együtthatók különbsége az 5. évfolyamon $p < 0,05$, a 9. évfolyamon már $p < 0,01$ szinten szignifikáns. A résztesztek közötti összefüggés a kétváltozós műveletek és a tapasztalati következtetés esetében erősebb, a kvantoros következtetés viszont mindkét másik részteszttel szignifikánsan ($p < 0,01$) gyengébb kapcsolatot mutat. A két évfolyam közötti eltéréseket az jellemzi, hogy a korrelációs együtthatók az 5. évfolyamon általában magasabb értékűek, mint a 9. évfolyamon. Ez a különbség a kvantoros következtetéshez tartozó mindkét együttható esetében szignifikáns ($p < 0,01$), tehát ennek a résztesztnak az összefüggései a két évfolyam között szignifikánsan gyengülnek.

A deduktív gondolkodás teszt és a három részteszt közötti összefüggéseket regresszióanalízissel is megvizsgáltuk. A teljes tesztre mint célváltozóra vonat-

kozó megmagyarázott variancia aránya az 5. és a 9. évfolyam között a kétváltozós műveletek részteszt esetében 30%-ról 29%-ra, a tapasztalati következtetés részteszt esetében 24%-ról 20%-ra csökken, ugyanakkor a kvantoros következtetés esetében 46%-ról 51%-ra nő. Mindezek alapján arra következtethetünk, hogy a deduktív gondolkodás vizsgált komponensei közül a tapasztalati következtetés szerepe az 5. és a 9. évfolyam között csökken, míg a kvantoros következtetésé növekszik.

Az összefüggés-vizsgálatok igazolják azt a feltételezésünket, hogy a vizsgált komponenseknek a deduktív teljesítmények alakulásában betöltött szerepe átrendeződik. A kvantoros következtetés részteszten kapott átlagteljesítmények alacsonyabbak, mint a másik két részteszt esetében, és ez a részteszt gyengébben korrelál a másik két részteszttel, ugyanakkor az 5. és a 9. évfolyamon is magasabb arányban magyarázza a deduktív teszt összpontszámának varianciáját, és ez a magyarázó érték a két évfolyam között növekszik is.

Összegzés

A kutatás megerősítette a korábbiakat abban, hogy a kétváltozós műveletek és a kétpremisszás következtetések fejlettsége az általános iskola felső tagozatán, de még a középiskola elején is jelentős szóródást mutat. Emellett rámutatott arra, hogy a kvantorokat tartalmazó következtetések értelmezése közepes színvonalú, nagy szórású, fejlődésük pedig rendkívül lassú, ugyanakkor ezek a következtetések meghatározó jelentőségűek a deduktív gondolkodás vizsgált rendszerében. A tapasztalati és különösen a kvantoros következtetések feladatainak néhány eredménye azt mutatja, hogy a vizsgált korcsoportok ismeretei, illetve meggyőződései kisebb-nagyobb mértékben befolyásolhatják a következtetések működését.

Az eredmények alapján, remélhetőleg, hatékonyabban tervezhető a kétváltozós műveletek és a kétpremisszás következtetések fejlesztése. A kutatás eredményei segíthetnek abban, hogy hatékonyabbá tegyünk a kvantorok értelmezését, és ezáltal az általánosító és konkretizáló következtetések használatát is.

Irodalom

- Braine, M. D. S. (1978): On the relation between the natural logic of reasoning and standard logic. *Psychological Review*, **85**. 1. sz. 1–21.
- Braine, M. D. S. és O'Brien, D. P. (1998, szerk.): *Mental logic*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, NJ.

- Csapó Benő (1987): A gondolkodás műveleti képességeinek fejlesztése az iskolai tantárgyak keretében. *Pedagógiai Szemle*, 7–8. sz. 652–660.
- Csapó Benő (1998/2002, szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Csapó Benő (2002, szerk.): *Az iskolai műveltség*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Csapó Benő, Csirikné Czachesz Erzsébet és Vidákovich Tibor (1987): A nyelvi-logikai műveletrendszer fejlettsége 14 éves korban. *Pszichológia*, 4. sz. 521–544.
- Csirikné Czachesz Erzsébet (1986): Gondolkodási stratégiák 14 éves tanulók nyelvi-logikai műveleteiben. *Magyar Pedagógia*, 86. 1. sz. 63–76.
- Dieussaert, K., Schaeken, W. és d'Ydewalle, G. (2002): The relative contribution of content and context factors on the interpretation of conditionals. *Experimental Psychology*, 3. sz. 181–195.
- Evans, J. St. B. T. (1982): *The psychology of deductive reasoning*. Routledge and Kegan, London.
- Evans, J. St. B. T. (1996, szerk.): *Thinking and reasoning*. Psychology Press, Erlbaum Taylor and Francis, Hove, UK.
- Evans, J. St. B. T. és Feeney, A. (2004): The role of prior belief in reasoning. In: Sternberg, R. J. (szerk.): *The nature of reasoning*. Cambridge University Press, Cambridge. 78–102.
- Evans, J. St. B. T., Newstead, S. E. és Byrne, R. M. J. (1993): *Human reasoning. The psychology of deduction*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Hove, UK – Hillsdale, USA.
- Gauffroy, C. és Barrouillet, P. (2009): Heuristic and analytic processes in mental models for conditionals: An integrative developmental theory. *Developmental Review*, 29. 249–282.
- Inhelder, B. és Piaget, J. (1958): *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. Basic Books, New York.
- Inhelder, B. és Piaget, J. (1984): *A gyermek logikájától az ifjú logikáig*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Johnson-Laird, P. N. (1983): *Mental models*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Johnson-Laird, P. N. és Byrne, R. M. J. (1991): *Deduction*. Lawrence Erlbaum Associates, Hove – London, UK.
- Johnson-Laird, P. N. és Wason, P. C. (1977, szerk.): *Thinking. Readings in cognitive science*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Müller, U., Overton, W. F. és Reene, K. (2001): Development of conditional reasoning: A longitudinal study. *Journal of Cognition and Development*, 2. 1. sz. 27–49.
- Nagy József (1980): *5–6 éves gyermekeink iskolakészültsége*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Nagy József, Józsa Krisztián, Vidákovich Tibor és Fazekasné Fenyvesi Margit (2004): *Az elemi alapkészségek fejlődése 4–8 éves életkorban*. Mozaik Kiadó, Szeged.
- Newstead, S. E. és Coventry, K. (2000): The role of context and functionality in the interpretation of quantifiers. *European Journal of Cognitive Psychology*, 12. 243–259.
- Newstead, S. E. és Evans, J. St. B. T. (1995): *Perspectives on thinking and reasoning. Essays in honour of Peter Wason*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Hove, UK – Hillsdale, USA.
- Overton, W. F. (1990, szerk.): *Reasoning, necessity, and logic: developmental perspectives*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ.
- Overton, W. F., Ward, S. L., Noveck, I. A., Black, J. és O'Brien, D. P. (1987): Form and content in the development of deductive reasoning. *Developmental Psychology*, 23. 1. sz. 22–30.
- Ricco, R. B. és Overton, W. F. (2011): Dual systems competence-procedural processing: A relational developmental systems approach to reasoning. *Developmental Review*, 31. 119–150.
- Roberts, M. J., Newstead, S. E. és Griggs, R. A. (2001): Quantifier interpretation and syllogistic reasoning. *Thinking and Reasoning*, 7. 2. sz. 173–204.
- Ruzsa Imre (1984): *Klasszikus, modális és intenzionális logika*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

- Ruzsa Imre és Máté András (1997): *Bevezetés a modern logikába*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Schaeken, W., De Vooght, G., Vandierendonck, A. és d'Ydewalle, G. (2000): *Deductive reasoning and strategies*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah, NJ – London, UK.
- Vidákovich Tibor (1987): A logikai műveleti képességek fejlesztése: feladatok és lehetőségek. *Pedagógiai Szemle*, 10. sz. 1038–1046.
- Vidákovich Tibor (1989): A logikai műveleti alapképességek diagnosztikus értékelése. In: *Változó Pedagógia 2*. Békés Megyei Pedagógiai Intézet, Békéscsaba. 32–45.
- Vidákovich Tibor (1998/2002): Tudományos és hétköznapi logika: a tanulók deduktív gondolkodása. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest. 191–220.
- Vidákovich Tibor (2004): Tapasztalati következtetés. In: Nagy József (szerk.): *Az elemi alapképességek fejlődése 4–8 éves életkorban*. Mozaik Kiadó, Szeged. 52–62.
- Vidákovich Tibor (2005): A matematikai kompetencia fejlesztése más tantárgyak keretei között. In: Fábrián Mária (szerk.): *Matematikai kompetenciaterület „B” tanári útmutató*. Sulinova Közoktatás-fejlesztési és Pedagógus-továbbképzési Kht., Budapest, 5–11.
- Vidákovich Tibor (2008): A tapasztalati következtetés fejlődése az óvodától a középiskoláig. *Magyar Pedagógia*, 3. sz. 199–224.
- Ward, S. L. és Overton, W. F. (1987): *Semantic familiarity, relevance, and the development of deductive reasoning*. Temple University, Philadelphia, PA.
- Wason, P. C. és Johnson-Laird, P. N. (1972): *Psychology of reasoning: structure and content*. Harvard University Press, Cambridge, MA.